1. Určete, pro která $x \in R$ je nekonečná řada $\sum_{n=1}^{\infty} \sin^n x$ konvergentní, a určete pak její součet.

2. Vyjádřete daná čísla ve tvaru zlomků, v nichž čitatel i jmenovatel jsou celá čísla:

   a. $0,\overline{82}$; b. $0,\overline{251}$; c. $-2,2\overline{3}$ d. $3,5\overline{38}$

3. Řešte v $\boldsymbol{R}$ rovnice:

   a) $\sum_{n=1}^{\infty} \log \sqrt[2^{n-1}]{x} = 2$ b) $\frac{5}{3} = x + 3x^2 + x^3 + 3x^4 + \ldots$

   c) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{nx} = 1$ d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{x}\right)^{n-1} = \frac{4x-3}{3x-4}$

4. Stanovte v $\boldsymbol{R}$ hodnotu součinu $x.\sqrt{x^3}\,.\sqrt[4]{x^3}\,.\sqrt[8]{x^3}\,....$

5. Do čtverce o straně *d* je vepsána kružnice, do ní je znovu vepsán čtverec, do tohoto čtverce je vepsána opět kružnice atd. Vypočítejte :

   a) součet obvodů všech takto získaných kružnic;

   b) součet obsahů všech takto získaných kruhů.

6. Do krychle o délce hrany *a* je vepsána koule, do ní opět krychle, do té pak znovu koule atd. určete součet povrchů všech takto vzniklých a) krychlí; b) koulí.

7. Do pravoúhlého trojúhelníku o délce odvěsny *a* je vepsán trojúhelník tak, že jeho vrcholy jsou středy stran daného trojúhelníku; do takto vzniklého trojúhelníku je vepsán další trojúhelník stejným způsobem atd.

   a) Určete součet obvodů takto vzniklých trojúhelníků.

   b) Určete součet obsahů takto vzniklých trojúhelníků.

8. Do rovnostranného trojúhelníku o délce strany *a* je vepsán kruh, do kruhu je vepsán rovnostranný trojúhelník, do tohoto trojúhelníku je vepsán další kruh atd. Vypočtěte součet obsahů všech takto vzniklých :

   a) trojúhelníků;

   b) kruhů.

9. Do rovnostranného trojúhelníku *ABC* o straně velikosti *a* je vepsán čtverec *KLMN* tak, že strana *KL* je částí úsečky *AB*. Úsečka *KL* je pak stranou dalšího rovnostranného trojúhelníku, kterému je opět stejným způsobem vepsán čtverec atd. Vypočtěte součet obsahů všech takto vzniklých čtverců.

10. Určete délku spirálové čáry, vytvořené půlkružnicemi, z nichž každá následující má poloviční poloměr půlkružnice předcházející. První půlkružnice má poloměr $r = 5$ cm.

11. Z vrcholu rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku je spuštěna kolmice na přeponu, z její paty kolmice na odvěsnu, odtud opět na přeponu atd. Určete délku lomené čáry, je-li *a* odvěsna trojúhelníku.