Úlohy na maxima a minima I

1. Číslo 28 rozložte na sčítance tak, aby jejich součin byl maximální.
2. Najděte takové kladné číslo, aby součet tohoto čísla a jeho převrácené hodnoty byl minimální.
3. Najděte rovnoramenný trojúhelník, který má při daném obvodu maximální obsah.
4. Najděte rovnoramenný trojúhelník, který má při daném obsahu minimální obvod.
5. Najděte pravoúhelník, který má při daném obvodu nejkratší úhlopříčku.
6. Najděte kruhovou výseč, která má při daném obvodu *2s* maximální obsah.
7. Do kruhu o poloměru *r* vepište pravoúhelník maximálního obsahu.
8. Do kruhu o poloměru *r* vepište rovnoramenný trojúhelník maximálního obsahu.
9. Do půlkruhu o poloměru *r* vepište pravoúhelník maximálního obsahu.
10. Najděte pravidelný trojboký hranol, který má při daném povrchu maximální objem.
11. Najděte rotační válec, který má při daném povrchu maximální objem.
12. Najděte rotační válec, který má při daném objemu minimální povrch.
13. Najděte rotační kužel, který má při daném povrchu maximální objem.
14. Do rotačního kužele o poloměru podstavy *r* a výšce *v* vepište rotační válec maximálního objemu.
15. Do koule o poloměru *R* vepište rotační válec maximálního objemu.
16. Tvrdý papír tvaru obdélníku má rozměry 60 cm a 28 cm. V rozích se odstřihnou stejné čtverce a zbytek se ohne do tvaru otevřené krabice. Jak dlouhá musí být strana odstřižených čtverců, aby objem krabice byl největší?
17. Zjistěte rozměry otevřeného bazénu se čtvercovým dnem o objemu 32 m^3 tak, aby na vyzdění jeho stěn a dna bylo třeba co nejmenší množství materiálu.
18. Obsah plochy, kterou zaujímá text na straně knihy, je 432 cm^2. Šířka volného místa nahoře a dole je 2 cm, po stranách 1,5cm. Určete rozměry strany tak, aby spotřeba papíru při vytištění knihy byla nejmenší.
19. Z drátu délky *l* je třeba zhotovit profil „domečku“ (obdélník a na něm rovnostranný trojúhelník) tak, aby jeho plošný obsah byl minimální. Určete příslušné rozměry profilu.
20. Nádrž se skládá z válce o výšce ***a*** a poloměru podstavy ***r***. Válec je dole ukončen kuželem o témže poloměru ***r*** a o straně délky ***3a***. Určete výšku ***x*** kužele a poloměr ***r*** tak, aby nádrž měla maximální objem.
21. Na parabole o rovnici $2x^2 - 2y - 9 = 0$ najděte bod, jehož vzdálenost od počátku soustavy souřadnic je minimální.
22. Pořizovací náklady elektrického vedení jsou závislé na průřezu *S* vedení a na ztrátách elektrického proudu ve vedení vztahem $y = k_1 S + \frac{k_2}{S}$, kde k_1, k_2 jsou kladné konstanty. Určete průřez *S* tak, aby pořizovací náklady byly minimální.
23. Od světelného bodu *A* je ve vzdálenosti *a* střed *S* koule o poloměru *x*, $x > a$. Určete poloměr koule tak, aby z bodu *A* osvětlený kulový vrchlík měl největší obsah.
24. Průmyslový závod *Z* je vzdálen 5 km od silnice vedoucí do měst *M*. Vzdálenost závodu *Z* od města *M* je 13 km. Určete, pod jakým úhlem α je třeba vybudovat cestu k silnici, aby doprava materiálu ze *Z* do *M* byla nejlevnější. Předpokládané náklady na přepravu 1t materiálu na 1 km jsou po silnici 5 Kč a po vybudované cestě třikrát větší.
25. Mezi všemi pravidelnými trojbokými hranoly objemu *V* najděte ten, který má nejmenší součet délek hran. Určete délku hrany jeho základny.
26. Jak daleko je třeba umístit předmět od tenké spojné čočky o ohniskové délce *f*, aby vzdálenost jeho skutečného obrazu od předmětu byla nejkratší?
27. Přímka *p* prochází bodem $M[1;4]$ a protíná souřadnicové osy *x*, *y* po řadě v bodech *X*, *Y*. Najděte rovnici přímky *p* tak, aby součet velikostí odvěsen trojúhelníku *XYO*, kde *O* je počátek soustavy souřadnic, byl nejmenší.
28. Dva hmotné body se pohybují po ramenech pravého úhlu konstantními rychlostmi v_1, v_2 směrem k vrcholu úhlu. Vzdálenosti hmotných bodů od vrcholu úhlu na začátku pohybu byly *a*, *b*. Za jakou dobu od začátku pohybu bude vzdálenost hmotných bodů nejmenší?