Opakování 4

1. Vypočtěte číslo m, pro které platí:

$$m = \left(\log_2 4 + \log_2 \sqrt[3]{4}\right)\log_2 16 + \log_2 \sqrt[3]{0{,}25}$$

$$m = \left(\log 0{,}01 + 3\log\sqrt{10}\right)\log 100 \cdot \sqrt[3]{10}$$

$$m = \log_5 5^{\log_2 4} - \log_2 \frac{2}{0{,}5} - \log_2 0{,}125$$

2. Z dané rovnosti určete číslo x a uveďte existenční podmínky:

$$\log_2 x = \frac{1}{2}\log_2(m+2) + 2 - \frac{1}{2}\log_2(1-m)$$

$$\log_4 x = \frac{1}{3}\log_4(m-3) - 3\log_4(m+3) - 1$$

$$\ln x = 3 - 2\ln(m+1) + \frac{1}{2}\ln(2-m)$$

3. Určete definiční obor dané funkce:

$$y = \log_3\left(2x^2 + 6x - 20\right) \qquad y = \sqrt{\log_{0{,}5}(x+1)}$$

$$y = \frac{1+\ln x}{x - x\ln x} \qquad y = \log\sqrt{\frac{1-x}{x^3+x}}$$

4. Určete, pro které hodnoty parametru a je daná logaritmická funkce rostoucí či klesající:

$$y = \log_{\frac{a+1}{a}} x \qquad y = \log_{a^2+1} x$$

5. Řešte v R rovnice:

a) $\log(x+2) - \log(x-1) = 2 - \log 4$

b) $\log_4 x + \frac{1}{2}\log_4 x^2 + 7\log_4 x^4 + 64 = 0$

c) $\ln x^3 - \ln x^4 + \ln x^5 = 8$

d) $\log\sqrt{3x-5} + \log\sqrt{7x-3} = 1 + \log\frac{\sqrt{11}}{10}$

e) $\log 2 + \log(4^{x-2} + 9) = 1 + \log(2^{x-2} + 1)$

f) $\frac{2+\log x}{\log x} - \frac{1}{2-\log x} = 1$

g) $\log_2 x + \frac{3}{\log_2 x} = 4$

h) $3^{\log 10x} = 81$

i) $x^{3+2\log x} = 100x^{2+\log x}$

j) $3\cdot 4^{\log x} - 25\cdot 2^{\log x} + 8 = 0$

k) $x^{\log x} + 10x^{-\log x} = 11$

6. V R řešte nerovnice:

a) $\log_{\frac{1}{4}}(x^2 - 4x - 32) \geq \log_{\frac{1}{4}}(x^2 - 8x - 20)$

b) $\log_5(x+2) < 1$

c) $\log_3^2 x + \log_3 x \geq 2$

d) $\log_2 \frac{x-2}{x+4} \leq -2$