

Limita funkce

19.1 Limita funkce ve vlastním bodě

1 Vypočítejte:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x+3}{7} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+2x-1}{x+1} & \text{e) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x + \sin 2x}{x+1} \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow \frac{3}{4}\pi} (\sin x + \cos x) & \text{d) } \lim_{x \rightarrow 1} (2^x - 3^x) & \text{f) } \lim_{x \rightarrow 1} (\log 10x - \ln x) \end{array}$$

2 Vypočítejte:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2-36}{x+3} & \text{e) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4-16}{x^3+8} \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^3-1} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+2x+1}{x^3+1} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-6x+9}{81-x^4} \end{array}$$

3 Vypočítejte:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4-1}{2x^2-x-1} \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+2x-15}{x^2-8x+15} & \text{g) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{3x^2+5x-2}{27x^3-1} \\ \text{c) } \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{2x^2+7x+3}{2x^2+9x+4} & \text{h) } \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^4+x^2-12}{x^4-2x^2-3} \\ \text{d) } \lim_{x \rightarrow 6} \frac{5x+6-x^2}{7x-6-x^2} & \text{i) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-2x^2-4x+8}{x^4-8x^2+16} \\ \text{e) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-x-6}{x^3+3x^2+2x} & \text{j) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-1)^3-8}{3x^2-10x+3} \end{array}$$

4 Vypočítejte:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin^2 x + \sin x - 1}{2 \sin^2 x - 5 \sin x + 2} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos^2 x - 3 \cos x - 4}{\cos^2 x - 4 \cos x - 5} \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg}^2 x + 3 \operatorname{tg} x - 4}{\operatorname{tg}^2 x + 4 \operatorname{tg} x - 5} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \frac{4 + 2 \operatorname{cotg} x - 2 \operatorname{cotg}^2 x}{\operatorname{cotg}^2 x - 1} \end{array}$$

5 Vypočítejte:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - x^3 - 5x^2 - 2x - 3}{x - 3} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3} \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 5x + 2}{x - 2} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 3x^2 - 2}{x^3 + 2x + 3} \end{array}$$

6 Vypočítejte:

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{\sqrt{x + 1} - 2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x + 9} - 3}$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - x^2}{\sqrt{2x} - 2}$

d) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2 - \sqrt{6 + x}}{x + 2}$

e) $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\sqrt{x - 1} - 3}{x - 10}$

f) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 6} - 3\sqrt{x - 2}}{x^2 - 9}$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{(1 + x)^3} - 1}{x}$

h) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$

i) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{2x} - 3\sqrt{2}}$

j) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{x + 3}}{\sqrt{x} - 1}$

7 Vypočítejte:

a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \operatorname{tg} x}$

b) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}$

c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\sin x}{\cos^2 x} - \operatorname{tg}^2 x \right)$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x + \operatorname{tg}^2 x}{\sin^2 x}$

e) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cdot \cos x}{1 + \cos 2x}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{1 - \cos 2x}$

g) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x}$

h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin x}$

i) $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \operatorname{cotg} x}{\sin x + \cos x}$

j) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg} x - 1}{\operatorname{cotg} x - 1}$

8 Vypočítejte:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 x}{1 - \sqrt{\cos 2x}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{3} - \sqrt{2 + \cos x}}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{1 - \sin x} - \sqrt{1 + \sin x}}$

d) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin x} - \sqrt{\cos x}}$

e) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \sqrt{\cos x + 2}}{\sin^2 2x}$

f) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin^2 x - \cos 2x}{\sqrt{2 \sin x} - 1}$

9 Vypočítejte:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sin 3x}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{4x^2}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \sin 3x}{x}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + \sin 7x}{2x}$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x + x}{2x}$

h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x \sin x}{x^2}$

i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1 + \sin 2x}{x}$