

Koule

1. Kolikrát se zmenší a) objem; b) povrch koule, jestliže se její poloměr zmenší k -krát?
2. Poloměr koule r se zvětší o hodnotu ε . O co se zvětší její a) objem; b) povrch?
3. Výška vrchlíku je rovna čtvrtině poloměru koule. V jakém poměru je obsah vrchlíku a kulové plochy?
4. Určete poměr objemů rotačního válce, polokoule a rotačního kužele se stejnými poloměry podstav a stejnými výškami.
5. V jaké vzdálenosti od středu kulové plochy s poloměrem $r = 6 \text{ cm}$ je třeba vést sečnou rovinu ρ tak, aby rozdělila kulovou plochu v poměru 1:3.
6. Dokažte, že povrch koule, která se dotýká všech hran krychle, se rovná rozdílu povrchu koule opsané a vepsané této kouli.
7. Do rovnostranného válce je vepsána koule a kužel. Podstava kužele je shodná s podstavou válce a vrchol je ve středu druhé podstavy. Určete poměr objemů těchto tří těles.
8. Do koule o poloměru r je vepsán rovnostranný válec. Určete jeho povrch a objem a poměr objemů a povrchů těchto těles.
9. Konvexní čočka se skládá ze dvou kulových úsečí (viz obr., rozměry jsou udány v mm). Vypočítejte její hmotnost, je-li hustota skla, ze kterého je vyrobena $\rho = 2,5 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$.
10. Porovnejte povrch koule a krychle, jejichž objemy jsou stejné.
11. Koule o poloměru $r = 6 \text{ cm}$ je protáta rovinou, která dělí průměr v poměru 1:3. Určete poměr objemů oddělených částí koule.
12. Dvě koule o poloměrech 13 cm a 14 cm mají středy S_1, S_2 jejichž vzdálenost je $s = 20 \text{ cm}$. Vypočítejte povrch a objem tělesa, které je společnou částí obou koulí.
13. Jak vysoko musí být letec, má-li vidět 0,001 zemského povrchu?
14. Vypočítejte objem a povrch kulové výseče, má-li kulová úseč, která je částí výseče, poloměr podstavy $r_1 = 6 \text{ cm}$ výšku $v = 2 \text{ cm}$.
15. Kolik km^2 měří mírné pásmo na Zemi, které se rozprostírá mezi obratníkem Raka a severním polárním kruhem? ($R = 6371 \text{ km}$.)
16. Kouli je vepsán rovnostranný válec a rovnostranný kužel. (Vrchol kužele i podstavné hrany kužele i válce leží na kulové ploše.) Určete poměr a) povrchů; b) objemů všech tří těles.
17. Do kulové plochy je vepsán rotační válec. (Kulová plocha prochází podstavnými hranami válce.) Poloměr podstavy válce je o 2 cm a výška o 1 cm menší než poloměr koule. Určete objem koule.
18. Kulová vrstva je souměrná podle roviny jdoucí středem koule a rovnoběžné s podstavami vrstvy. Pás, který tuto vrstvu omezuje, má obsah, který se rovná polovině povrchu koule. Jakou částí objemu koule je objem vrstvy?
19. Kulová plocha je rozdělena rovinou ρ na dva kulové vrchlíky, jejichž obsahy jsou v poměru 2:3. Určete poměr objemů kulových úsečí s podstavou v rovině ρ .
20. Koule o poloměru r je osvětlena z bodu, jehož vzdálenost od středu koule je $a > r$. Určete velikost osvětlené plochy a její poměr k ploše neosvětlené.
21. Nakloníme-li o 30° nádobu tvaru polokoule, která byla zcela naplněna vodou, vyteče 3,3 l vody. Kolik litrů vody v ní zůstane?
22. Vypočítejte poloměr a výšku rovnostranného válce, který lze vepsat do koule o poloměru 6 cm. Vypočítejte, kolik procent z objemu koule zaujímá objem válce.
23. Vypočítejte objem a povrch čočky, která vznikne průnikem dvou koulí o poloměrech 8 cm a 4 cm. Vzdálenost středů koulí je 10 cm.