Komplexní čísla

1. Vypočítejte:

   a) $\left(4\sqrt{3}-4i\sqrt{2}\right)-\left(\sqrt{27}-i\sqrt{32}\right)+\frac{3}{\sqrt{3}}+\frac{2}{\sqrt{2}}i$ b) $\left[(-1-3i)-\left(-2-\frac{1}{2}i\right)\right]\left[(2-i)-(1-2i)\right]\cdot 2i$

   c) $\left(2\sqrt{5}-\sqrt{2}i\right)\cdot\left(5\sqrt{2}-\sqrt{5}i\right)$ d) $\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$

   e) $(1-i)^2-(1+i)^2$ e) $\left(1-i\sqrt{3}\right)^3-\left(1+i\sqrt{3}\right)^3$

2. Vypočítejte součet, rozdíl a součin komplexních čísel $z_1=2+5i$ a $z_2=-1+7i$

3. Vypočítejte součet, rozdíl a součin komplexních čísel $z_1=x+yi$ a $z_2=x-yi$

4. Vypočítejte :

   a) $i+i^2+i^3+i^4+i^5$ b) $i\cdot i^2\cdot i^3\cdot i^4\cdot i^5$

   c) $i+i^{11}+i^{21}+i^{31}+i^{41}$ d) $i\cdot i^2\cdot i^4\cdot i^6\cdot\ldots\cdot i^{36}$

5. Za předpokladu, že *a*, *b* jsou reálná čísla, vypočítejte:

   a) $a(2-2i)-b(i-2)-(a-3i)-b(2a-i)-(a+3i)$

   b) $\left(a\sqrt{b}+bi\sqrt{a}\right)\cdot\left(-a\sqrt{b}-bi\sqrt{a}\right)$

   c) $\left(\sqrt{ab^{-1}}-i\sqrt{ba^{-1}}\right)\cdot\left(\sqrt{ba^{-1}}+i\sqrt{ab^{-1}}\right)$

6. Jsou dána komplexní čísla $z_1=1$, $z_2=\frac{-1+\sqrt{3i}}{2}$, $z_3=\frac{-1-\sqrt{3i}}{2}$. Rozhodněte, zda platí :

   a) $z_1+z_2+z_3=0$ b) $z_1\cdot z_2\cdot z_3=1$

7. Určete, pro která reálná čísla *x, y* , platí rovnice:

   a) $4x(2+i)+y(1-4i)+7=x(3+i)-6(2i-1)+9i$

   b) $(2x-3yi)(2x+3yi)+xi=97+2i$

8. Pro která reálná čísla *t* je číslo $3i^3-2\cdot t\cdot i^2+(1-t)i+5$

   a) reálné, b) ryze imaginární, c) rovno nule?

9. Určete, pro která reálná čísla *x, y* se navzájem rovnají komplexní čísla :

   $z_1=x^2-7x+9yi$, $z_2=y^2i+20i+12$