Funkce a její vlastnosti

Funkcí na množině $A \subset R$ se nazývá předpis, který každému prvku z množiny *A* přiřazuje právě jedno reálné číslo.

Množina A se nazývá **definiční obor** funkce. Označujeme D_f

Obor hodnot funkce *f* je množina všech $y \in R$, ke kterým existuje aspoň jedno *x* z definičního oboru funkce *f* tak, že $y = f(x)$. Označujeme H_f.

Graf funkce *f* ve zvolené soustavě Oxy je množina všech bodů $M[x;\ f(x)]$, kde *x* patří do definičního oboru funkce *f*.

Sudá a lichá funkce

Funkce *f* se nazývá **sudá**, právě když platí:

1. Pro každé $x \in D_f$ je také $-x \in D_f$.
2. Pro každé $x \in D_f$ je $f(-x) = f(x)$.

Graf funkce sudé je souměrný podle osy *y*.

Funkce *f* se nazývá **lichá**, právě když platí:

1. Pro každé $x \in D_f$ je také $-x \in D_f$.
2. Pro každé $x \in D_f$ je $f(-x) = -f(x)$.

Graf funkce liché je souměrný podle počátku soustavy souřadnic.

Omezenost funkce

Funkce *f* se nazývá **zdola omezená**, právě když existuje číslo *d* takové, že pro všechna $x \in D_f$ je $f(x) \geq d$.

Funkce *f* se nazývá **shora omezená,** právě když existuje číslo *h* takové, že pro všechna $x \in D_f$ je $f(x) \leq h$.

Funkce *f* se nazývá **omezená,** právě když je zdola omezená a zároveň shora omezená.

<u>Monotónnost funkce</u>

Funkce *f* se nazývá **rostoucí v množině** $M \subset D_f$, právě když pro všechna $x_1, x_2 \in M$ platí: je-li $x_1 < x_2$, pak $f(x_1) < f(x_2)$.

Funkce *f* se nazývá **klesající v množině** $M \subset D_f$, právě když pro všechna $x_1, x_2 \in M$ platí: je-li $x_1 < x_2$, pak $f(x_1) > f(x_2)$.

Funkce *f* se nazývá **prostá**, právě když pro všechna $x_1, x_2 \in D_f$ platí: je-li $x_1 \neq x_2$, pak $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Věta: Je-li funkce rostoucí nebo klesající, pak je prostá.

Věta obrácená neplatí!!!!

<u>Extrémy funkce</u>

Říkáme, že funkce *f* má v bodě $a \in M$ ($M \subset D_f$) **maximum na množině *M***, právě když pro všechna $x \in M$ je $f(x) \leq f(a)$.

Říkáme, že funkce *f* má v bodě $a \in M$ ($M \subset D_f$) **minimum na množině *M***, právě když pro všechna $x \in M$ je $f(x) \geq f(a)$.

Říkáme, že funkce *f* má v bodě $a \in M$ ($M \subset D_f$) **ostré maximum na množině *M***, právě když pro všechna $x \in M$, $x \neq a$ je $f(x) < f(a)$.

Říkáme, že funkce *f* má v bodě $a \in M$ ($M \subset D_f$) **ostré minimum na množině *M***, právě když pro všechna $x \in M$, $x \neq a$ je $f(x) > f(a)$.

<u>Periodická funkce</u>

Funkce *f* se nazývá **periodická funkce**, právě když existuje takové číslo $p > 0$, že pro každé $k \in Z$ platí následující podmínky:

(a) Je-li $x \in D_f$, pak $x + kp \in D_f$.

(b) $f(x + kp) = f(x)$.

Číslo *p* se nazývá **perioda funkce** *f*.

Pokud v množině čísel, která jsou periodami funkce *f*, existuje nejmenší kladné číslo, nazýváme ho **nejmenší perioda** funkce *f*.