Opakování 3

1.Dokažte, že číslo $\left(\frac{7}{3}\right)^{-0,5}$ je menší než 1.

2.Následující mocniny porovnejte s číslem 1:

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{4}{3}},\ \left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{7}},\ 2{,}18^{0,1},\ 0{,}45^{-0,4},\ \left(\frac{\pi}{4}\right)^{\sqrt{1,001}},\ \left(\frac{\pi+1}{4}\right)^{-2}.$$

3. Rozhodněte, jaký vztah platí mezi čísly r,s , je-li :

- $\left(\frac{3}{4}\right)^{r} > \left(\frac{3}{4}\right)^{s}$
- $\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{r} < \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{s}$

4. Sestrojte graf funkce $f: y=\left|2^{x}-3\right|$.

5. Načrtněte v téže soustavě souřadnic grafy těchto funkcí : $y=3^{x}$;

$y=3^{x+1}$; $y=3^{x-1}$.

6. Rozhodněte, zda daný výrok je pravdivý: Pro všechna $x \in R$ platí: je-li $x>4$, pak $5^{x}>5^{4}$.

7. Řešte v R rovnice: a) $\sqrt[x]{81}+\frac{27}{\sqrt[x]{81}}=12$

b) $2^{x}.\left(\frac{1}{8}\right)^{1-x}+2^{1-x}.\left(\frac{1}{8}\right)^{x}=1$

c) $3^{x}+3^{x+1}+3^{x+2}+3^{x+3}=80$

d) $9^{x+1}+8.3^{x}=1$

e) $3.2^{x+2}-3^{x+2}=3^{x+3}+2.2^{x+1}$

f) $\left(\frac{4}{25}\right)^{x+3}.\left(\frac{125}{8}\right)^{4x-1} \leq \left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$

g) $2^{x}.\left(\frac{1}{8}\right)^{1-x}+2^{1-x}.\left(\frac{1}{8}\right)^{x}=1$

h) $\sqrt{2^{5-7x}}=\frac{\sqrt[3]{4^{3-5x}}}{2\sqrt{2}}$

i) $4^{\sqrt{x+1}}=64.2^{\sqrt{x+1}}$

j) $3\left(4^{x}+9^{x+1}\right)=2.\left(3.4^{x+1}-\frac{9^{x+1}}{4}\right)$

k) $3.\left(9^{2x}+1\right)=9^{x+2}+9^{x-1}$

8. Řešte nerovnice: a) $2^{x}-4^{x-1}>1-2^{x-2}$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{4-3x}<\left(\frac{3}{2}\right)^{2x-1}$

c) $3^{x}.27^{2x-1} \geq 81^{3x-5}$

d) $256.2^{-x-1} \leq 0{,}25^{2-x}$

e) $\sqrt[2x+3]{4^{4-x}}<256$

f) $4^{x}-10.2^{x}+16 \leq 0$

g) $36^{2x}-4.6^{2x}>12$

h) $5^{2x-1}+5^{x-1} \leq 130$

i) $16^{x-1}+4.\left(4^{x}-9\right)>0$